1. Beschreibung des verwendeten Algorithmus: Der Dijkstra-Algorithmus ist ein Algorithmus zur Berechnung des kürzesten Pfads in einem gewichteten Graphen. Er startet von einem Ausgangsknoten und berechnet schrittweise die kürzesten Pfade zu allen anderen Knoten im Graphen. Der Algorithmus verwendet eine Prioritätswarteschlange, um die nächsten Knoten auszuwählen, deren Distanzen aktualisiert werden sollen. Die Distanzen werden basierend auf den Kantengewichten aktualisiert, und der Algorithmus merkt sich den Vorgängerknoten entlang des kürzesten Pfads zu jedem Knoten.
2. Begründung des Algorithmus: Der Dijkstra-Algorithmus basiert auf dem Prinzip des schrittweisen Aufbaus des kürzesten Pfads. Er ist gut geeignet, um den kürzesten Pfad zwischen zwei Knoten in einem Graphen zu finden, wenn die Kanten Gewichte oder Kosten haben. Der Algorithmus garantiert, dass der gefundene Pfad tatsächlich der kürzeste ist, sofern alle Kantengewichte nicht-negativ sind.
3. Aufwand des Algorithmus (Laufzeitkomplexität): Die Laufzeit des Dijkstra-Algorithmus hängt von der Anzahl der Knoten (|V|) und der Anzahl der Kanten (|E|) im Graphen ab. Der Aufwand des Algorithmus kann mit Hilfe der O-Notation beschrieben werden.
   * Best-Case: O((|V| + |E|) \* log(|V|))  
     Der Best-Case tritt auf, wenn der Ausgangsknoten gleichzeitig der Zielknoten ist oder wenn es nur wenige Kanten im Graphen gibt. In diesem Fall werden alle Knoten einmal besucht, und die Prioritätswarteschlange erfordert eine logarithmische Zeit für das Einfügen und Entfernen von Elementen.
   * Worst-Case: O((|V| + |E|) \* log(|V|))  
     Der Worst-Case tritt auf, wenn der Graph stark verzweigt ist und viele Kanten enthält. In diesem Fall werden alle Knoten und Kanten besucht, und die Prioritätswarteschlange erfordert weiterhin logarithmische Zeit für das Einfügen und Entfernen von Elementen.
4. Überprüfung der Laufzeitabschätzung: Um die Laufzeitabschätzung des Dijkstra-Algorithmus zu überprüfen, können eigene Messungen durchgeführt werden. Dabei können verschiedene Graphen mit unterschiedlicher Anzahl von Knoten und Kanten erstellt werden. Durch Messung der tatsächlichen Laufzeit des Algorithmus für diese Graphen kann die tatsächliche Laufzeit mit der erwarteten Laufzeitabschätzung verglichen werden. Es ist zu beachten, dass die Laufzeit von Faktoren wie der Hardware, der Programmiersprache und der Implementierung beeinflusst werden kann. Daher sollten die Messungen unter ähnlichen Bedingungen und mehrmals wiederholt werden, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten.